

Gabarito das Autoatividades

LÓGICA MATEMÁTICA



Centro Universitário Leonardo da Vinci

Rodovia BR 470, Km 71, nº 1.040
Bairro Benedito - CEP 89130-000
Indaial - Santa Catarina - 47 3281-9000

Copyright © UNIASSELVI 2017

Elaboração:

Prof.^a Grazielle Jenske

Revisão, Diagramação e Produção:

Centro Universitário Leonardo da Vinci - UNIASSELVI

GABARITO DAS AUTOATIVIDADES DE
LÓGICA MATEMÁTICA

UNIDADE 1

TÓPICO 1

Identifique as premissas e a conclusão nos argumentos:

- 1 Quem nasce no Brasil é brasileiro. Maria nasceu no Brasil. Logo, Maria é brasileira.**

Premissa: Quem nasce no Brasil é brasileiro.

Premissa: Maria nasceu no Brasil.

Conclusão: Maria é brasileira.

- 2 Quem estuda passa de ano. Pedro é estudioso. Logo, Pedro passará de ano.**

Premissa: Quem estuda passa de ano.

Premissa: Pedro é estudioso.

Conclusão: Pedro passará de ano.

- 3 João é professor ou advogado. João não é advogado. Então, João é professor.**

Premissa: João é professor ou advogado.

Premissa: João não é advogado.

Conclusão: João é professor.

- 4 Hoje é sábado ou domingo. Hoje não é sábado. Logo, hoje é domingo.**

Premissa: Hoje é sábado ou domingo.

Premissa: Hoje não é sábado.

Conclusão: Hoje é domingo.

- 5 Quem é humilde e bondoso merece um lugar no céu. Isabel é humilde e bondosa. Então, Isabel merece um lugar no céu.**

Premissa: Quem é humilde e bondoso merece um lugar no céu.

Premissa: Isabel é humilde e bondosa.

Conclusão: Isabel merece um lugar no céu.

TÓPICO 1

Verifique quais destes enunciados exprimem uma proposição:

- 1) Hoje o dia está chuvoso. (proposição)
- 2) Que horas são? (sentença interrogativa)
- 3) Seja forte! (sentença exclamativa)
- 4) Florianópolis é a capital de Santa Catarina. (proposição)
- 5) Quem estuda é um vencedor. (proposição)

TÓPICO 1

1 Alguns dos enunciados seguintes são argumentos. Identifique as suas premissas e a sua conclusão.

a) Premissa: O desenho animado ainda não acabou.

Conclusão: Eu não quero fazer a tarefa.

b) Não é um argumento, pois não há como estabelecer uma evidência para a conclusão.

c) Não é um argumento. "Vá para a faculdade!" expressa um comando, que por sua vez, não é uma proposição.

d) Premissa: O triângulo ABC é equilátero.

Conclusão: Cada um de seus ângulos internos mede 60 graus.

e) Não é um argumento.

2 Nos argumentos a seguir, circule todos os indicadores de inferência.

a) Você terá sucesso, **desde que** estude e trabalhe arduamente.

b) Ele prometeu contratá-la. **Portanto**, se ele faltar ao compromisso, ele estará definitivamente errado.

c) **Se** amanhã tiver sol, **então** iremos ao parque.

d) Ele não está em casa. **Logo**, foi passear.

e) Você pode usar o carro, **sabendo que** terá que abastecer.

- 3 Tomando as proposições simples relacionadas a seguir, forme proposições compostas usando os conectivos “e”, “ou”, “se...então”, “se e somente se”, podendo usar um ou mais conectivos em cada proposição.

A = Está frio.

B = A temperatura subiu.

C = Choveu.

D = Faz sol hoje.

Sugestão de resposta:

Está frio e choveu.

Está frio ou a temperatura subiu.

Se faz sol hoje, então não choveu.

Faz sol hoje se, e somente se, a temperatura subiu.

TÓPICO 2

- 1 Traduza para a linguagem simbólica as seguintes proposições, utilizando letras maiúsculas para abreviar as proposições simples.

a) Se Carlos viajar para ver Cristiane, ela não poderá visitar seus pais.

A = Carlos viaja para ver Cristiane.

B = Cristiane irá visitar seus pais.

Simbolicamente, $A \rightarrow \sim B$.

b) Ou Carlos viaja para ver Cristiane ou ela irá visitar seus pais.

A = Carlos viaja para ver Cristiane.

B = Cristiane irá visitar seus pais.

Simbolicamente, $A \vee B$.

c) Carlos não viajou para ver Cristiane e ela irá visitar seus pais.

A = Carlos viajou para ver Cristiane.

B = Cristiane irá visitar seus pais.

Simbolicamente, $\sim A \wedge B$.

d) Carlos viajará para ver Cristiane se, e somente se, ela for visitar seus pais.

A = Carlos viajará para ver Cristiane.

B = Cristiane irá visitar seus pais.

Simbolicamente, $A \leftrightarrow B$.

e) Se Carlos viajar para ver Cristiane e Pedro ligar para ela, então Cristiane não poderá visitar seus pais.

A = Carlos viajar para ver Cristiane.

B = Pedro ligar para ela (Cristiane).

C = Cristiane irá visitar seus pais.

Simbolicamente, $A \wedge B \rightarrow \sim C$.

f) Se Carlos viajar para ver Cristiane ou Pedro viajar para ver Cristiane, ela não poderá visitar seus pais.

A = Carlos viajar para ver Cristiane.

B = Pedro viajar para ver Cristiane.

C = Ela (Cristiane) irá visitar seus pais.

Simbolicamente, $A \vee B \rightarrow \sim C$.

2 Sejam as proposições: A = Carlos é professor e B = Pedro é dentista. Traduza para a linguagem natural as seguintes proposições simbólicas:

a) $A \vee B$

Carlos é professor ou Pedro é dentista.

b) $\sim A \wedge B$

Carlos não é professor e Pedro é dentista.

c) $A \rightarrow B$

Se Carlos é professor, então Pedro é dentista.

d) $A \rightarrow \sim B$

Se Carlos é professor, então Pedro não é dentista.

e) $\sim A \leftrightarrow B$

Carlos não é professor se, e somente se, Pedro é dentista.

f) $\sim A \wedge \sim B$

Carlos não é professor e Pedro não é dentista.

3 Determine se as fórmulas a seguir são fbfs.

a) A

É uma fbf.

b) $(A \rightarrow B) \wedge C$
É uma fbf.

c) $B \wedge (C \vee D)$
Não é uma fbf.

d) $B \wedge C \vee D$
Não é uma fbf.

e) $\sim (A \vee B) \vee C \rightarrow D$
É uma fbf.

f) $(\sim ((A \vee B) \wedge C \leftrightarrow ((D \vee \sim E) \rightarrow F)))$
Não é uma fbf.

g) $((\sim (A \vee (\sim B) \leftrightarrow D) \vee E)$
Não é uma fbf.

Prove, utilizando apenas as 10 regras de inferência.

1. $P \leftrightarrow Q, Q \leftrightarrow R \vdash P \leftrightarrow R$

1.	$P \leftrightarrow Q$	P
2.	$Q \leftrightarrow R$	P
3.	P	H (p/ PC)
4.	Q	1,3 MP
5.	R	2,4 MP
6.	$P \rightarrow R$	

2. $P \leftrightarrow Q \vdash \sim P \leftrightarrow \sim Q$

1.	$P \leftrightarrow Q$	P
2.	$P \rightarrow Q$	1 $\leftrightarrow$ E
3.	$Q \rightarrow P$	1 $\leftrightarrow$ E
4.	$\sim Q$	H (p/ PC)
5.	P	H (p/ RAA)
6.	Q	2,5 MP
7.	$Q \wedge \sim Q$	4,6 $\wedge$ I
8.	$\sim P$	5 – 7 RAA
9.	$\sim Q \rightarrow \sim P$	4 – 8 PC
10.	$\sim$	H (p/ PC)
11.	Q	H (p/ RAA)
12.	P	3,11 MP
13.	$\sim P \wedge P$	10, 12 $\wedge$ I
14.	$\sim Q$	11 – 13 RAA
15.	$\sim P \rightarrow \sim Q$	10 – 14 PC
16.	$\sim P \leftrightarrow \sim Q$	9, 15 $\leftrightarrow$ I

3. $P \rightarrow Q, P \rightarrow \sim Q \vdash \sim P$

1.	$P \rightarrow Q$	P
2.	$P \rightarrow \sim Q$	P
3.	P	H (p/RAA)
4.	Q	1,3 MP
5.	$\sim Q$	2,3 MP
6.	$Q \wedge \sim Q$	4, 5 $\wedge I$
7.	$\sim P$	3 – 6 RAA

4. $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R) \vdash P \rightarrow (Q \wedge R)$

1.	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	P
2.	$P \rightarrow Q$	1 $\wedge E$
3.	$P \rightarrow R$	1 $\wedge E$
4.	P	H (p/RAA)
5.	Q	1,3 MP
6.	R	2,3 MP
7.	$Q \wedge R$	5, 6 $\wedge I$
8.	$P \rightarrow (Q \wedge R)$	4,7 PC

5. $P \rightarrow Q \vdash (P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge R)$

1.	$P \rightarrow Q$	P
2.	$P \wedge R$	H(p/PC)
3.	P	2 $\wedge E$
4.	R	2 $\wedge E$
5.	Q	1,3 MP
6.	$Q \wedge R$	4,5 $\wedge I$
7.	$(P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge R)$	2 – 6 PC

6. $P \rightarrow Q \vdash (P \vee R) \rightarrow (Q \vee R)$

1.	$P \rightarrow Q$	P
2.	$P \vee R$	H (p/PC)
3.	P	H (p/PC)
4.	Q	1,3 MP
5.	$Q \vee R$	4 $\vee I$
6.	$P \rightarrow (Q \vee R)$	3 – 5 PC
7.	R	H (p/PC)
8.	$Q \vee R$	& $\vee I$
9.	$R \rightarrow (Q \vee R)$	7 – 8 PC
10.	$Q \vee R$	2, 6, 9 $\vee E$
11.	$(P \vee R) \rightarrow (Q \vee R)$	2 – 10 PC

7. $\sim P \rightarrow P \vdash P$

1.	$\sim P \rightarrow P$	P
2.	$\sim P$	H (p/RAA)
3.	P	1,2 MP
4.	$P \wedge \sim P$	2,3 $\wedge I$
5.	$\sim \sim P$	2-4 RAA
6.	P	5 $\sim E$

8. $\sim P \vdash P \rightarrow Q$

1.	$\sim P$	P
2.	P	H (p/PC)
3.	$\sim Q$	H (p/RAA)
4.	$P \wedge \sim P$	1,2 $\wedge I$
5.	$\sim \sim Q$	3-4 RAA
6.	Q	5 $\sim E$
7.	$P \rightarrow Q$	2-6 PC

9. $P \wedge Q \vdash P \rightarrow Q$

1.	$P \wedge Q$	P
2.	P	H (p/PC)
3.	Q	1 $\wedge E$
4.	$P \rightarrow Q$	2-3 PC

10. $P \rightarrow \sim(R \wedge S), P \wedge R \vdash \sim S$

1.	$P \rightarrow \sim(R \wedge S)$	P
2.	$P \wedge R$	P
3.	P	2 $\wedge E$
4.	$\sim(R \wedge S)$	1,3 MP
5.	S	H (p/RAA)
6.	R	2 $\wedge E$
7.	$R \wedge S$	5,6 $\wedge I$
8.	$(R \wedge S) \wedge \sim(R \wedge S)$	4,7 $\wedge I$
9.	$\sim S$	5-8 RAA

11. $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash \sim R \rightarrow \sim P$

1.	$P \rightarrow Q$	P
2.	$Q \rightarrow R$	P
3.	R	H (p/PC)
4.	P	H (p/RAA)
5.	Q	1,4 MP
6.	R	2,5 MP
7.	$R \wedge \sim R$	3,6 $\wedge I$
8.	$\neg P$	4-7 RAA
9.	$\sim R \rightarrow \sim P$	3-8 PC

12. $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \vdash P \wedge (Q \vee R)$

1.	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	P
2.	$P \wedge Q$ H (p/PC)	H (p/PC)
3.	P	2 $\wedge$ E
4.	Q	2 $\wedge$ E
5.	$Q \vee R$	4 $\vee$ I
6.	$P \wedge (Q \vee R)$	3, 5 $\wedge$ I
7.	$(P \wedge Q) \rightarrow \wedge (Q \vee R)$	2-6 PC
8.	$P \wedge R$	H (p/PC)
9.	P	8 $\wedge$ E
10.	R	8 $\wedge$ E
11.	$Q \vee R$	10 $\vee$ I
12.	$P \wedge (Q \vee R)$	9, 11 $\wedge$ I
13.	$(P \wedge R) \rightarrow P \wedge (Q \vee R)$	8-12 $\wedge$ I
14.	$P \wedge (Q \vee R)$	1, 7, 13 $\vee$ E

TÓPICO 3

Prove (Use preferencialmente regras derivadas, quando possível).

1. $P \vee (Q \vee R), \sim P, \sim Q \vdash R$

1.	$P \vee (Q \vee R)$	P
2.	$\sim P$	P
3.	$\sim Q$	P
4.	$Q \vee R$	1, 2 SD
5.	R	3, 4 SD

2. $P \rightarrow Q, Q \rightarrow \sim R \vdash \sim P$

1.	$P \rightarrow Q$	P
2.	$Q \rightarrow R$	P
3.	$\sim R$	P
4.	$P \rightarrow R$	1, 2 SH
5.	$\sim P$	3, 4 MT

3. $P \vee Q \vdash \sim P \rightarrow Q$

1.	$P \vee Q$	P
2.	$\sim P$	H (p/PC)
3.	Q	1, 2 SD
4.	$\sim P \rightarrow Q$	2-3 PC

4. $P \vee Q, \sim P, \sim Q \vdash R$

1.	$P \vee Q$	P
2.	$\sim P$	P
3.	$\sim Q$	P
4.	Q	1, 2 SD
5.	R	3, 4 CONTRAD

5. $\sim P \vee Q \vdash \sim(P \wedge \sim Q)$
- | | | |
|-----|-------------------------|----------------|
| 1. | $\sim P \vee Q$ | P |
| 2. | $P \wedge \sim Q$ | H (p/ RAA) |
| 3. | P | 2 $\wedge$ E |
| 4. | $\sim Q$ | 2 $\wedge$ E |
| 5. | $\sim P$ | H (p/ RAA) |
| 6. | $P \wedge \sim P$ | 3,5 $\wedge$ I |
| 7. | $\sim \sim P$ | 5-6 RAA |
| 8. | Q | 1,7 SI |
| 9. | $Q \wedge \sim Q$ | 4,8 $\wedge$ I |
| 10. | $\sim(P \wedge \sim Q)$ | 2-9 RAA |
6. $P \vee Q, \sim R \rightarrow \sim P, Q \rightarrow S \vdash R \vee S$
- | | | |
|-----|-----------------------------|----------------|
| 1. | $P \vee Q$ | P |
| 2. | $\sim R \rightarrow \sim P$ | P |
| 3. | $Q \rightarrow S$ | P |
| 4. | P | H (p/ PC) |
| 5. | $\sim P$ | H (p/ RAA) |
| 6. | $P \wedge \sim P$ | 4,5 $\wedge$ I |
| 7. | $\sim \sim P$ | 5-6 RAA |
| 8. | $\sim \sim R$ | 2,7 MI |
| 9. | R | 8 $\sim$ E |
| 10. | $P \rightarrow R$ | 4-9 PC |
| 11. | $R \vee S$ | 1,3, 10 PC |

TÓPICO 4

Prove (Use teoremas e regras derivadas, quando possível).

1. $\sim P \vee Q, \sim Q \vee R \vdash P \rightarrow R$
- | | | |
|----|-------------------|---------------------|
| 1. | $\sim P \vee Q$ | P |
| 2. | $\sim Q \vee R$ | P |
| 3. | $P \rightarrow Q$ | 1 IM |
| 4. | $Q \rightarrow R$ | 2 IM |
| 5. | $P \rightarrow R$ | 3,4 $\rightarrow$ I |
2. $P \rightarrow (Q \rightarrow R), P \wedge Q \vdash R$
- | | | |
|----|-----------------------------------|---------|
| 1. | $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ | P |
| 2. | $P \wedge Q$ | P |
| 3. | $(P \wedge Q) \rightarrow R$ | 1 EXP |
| 4. | R | 2, 3 MP |

3. $P \leftrightarrow Q, \sim(P \wedge Q) \vdash \sim(P \vee Q)$
- | | |
|---|-----------|
| 1. $P \leftrightarrow Q$ | P |
| 2. $\sim(P \wedge Q)$ | P |
| 3. $(P \wedge Q) \vee (\sim P \vee \sim Q)$ | 1 Teorema |
| 4. $\sim P \wedge \sim Q$ | 3 SD |
| 5. $\sim(P \vee Q)$ | 4 DM |

4. $\sim(P \vee Q), \sim P \rightarrow R, \sim Q \rightarrow R \vdash R$

- | | |
|---------------------------|--------------|
| 1. $\sim(P \vee Q)$ | P |
| 2. $\sim P \rightarrow R$ | P |
| 3. $\sim Q \rightarrow R$ | P |
| 4. $\sim P \wedge \sim Q$ | 1 DM |
| 5. $\sim P$ | 4 $\wedge E$ |
| 6. R | 2, 5 MP |

5. $\sim P \vee (Q \wedge R) \vdash (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$

- | | |
|---|-----------------|
| 1. $\sim P \vee (Q \wedge R)$ | P |
| 2. $(\sim P \wedge Q) \wedge (\sim P \wedge R)$ | 1 DISTR |
| 3. $\sim P \wedge Q$ | $\wedge E$ |
| 4. $\sim P \wedge R$ | $\wedge E$ |
| 5. $P \rightarrow Q$ | 3 IM |
| 6. $P \rightarrow R$ | 4 IM |
| 7. $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$ | 5, 6 $\wedge I$ |

6. $\sim(P \wedge \sim Q), \sim P \rightarrow \sim R, R \vdash Q$

- | | |
|--------------------------------|------------|
| 1. $\sim(P \wedge \sim Q)$ | P |
| 2. $\sim P \rightarrow \sim R$ | P |
| 3. R | P |
| 4. $\sim P \vee \sim \sim Q$ | 1 DM |
| 5. $R \rightarrow P$ | 2 TRANS |
| 6. P | 5 MP |
| 7. $P \rightarrow \sim \sim Q$ | 4 IM |
| 8. $\sim \sim Q$ | 7 MP |
| 9. Q | 8 $\sim E$ |

7. $\sim P \vee Q, \sim R \rightarrow \sim Q, P \vdash R$

- | | |
|--------------------------------|------------|
| 1. $\sim P \vee Q$ | P |
| 2. $\sim R \rightarrow \sim Q$ | P |
| 3. P | P |
| 4. $\sim \sim P$ | 3 DN |
| 5. $\sim \sim R$ | 2, 4 MT |
| 6. R | 5 $\sim E$ |

UNIDADE 2

TÓPICO 1

1 Construa a tabela-verdade para cada uma das seguintes fórmulas bem formadas.

a) $(P \wedge \sim Q) \leftrightarrow (\sim R \vee P)$

	P	Q	R	$\sim Q$	$P \wedge \sim Q$	$\sim R$	$\sim R \vee P$	$(P \wedge \sim Q) \leftrightarrow (\sim R \vee P)$
1	V	V	V	F	F	F	V	F
2	V	V	F	F	F	V	F	V
3	V	F	V	V	V	F	V	V
4	V	F	F	V	V	V	F	F
5	F	V	V	F	F	F	F	V
6	F	V	F	F	F	V	V	F
7	F	F	V	V	F	F	F	V
8	F	F	F	V	F	V	V	F

b) $(P \rightarrow Q) \rightarrow R$

	P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \rightarrow R$
1	V	V	V	V	V
2	V	V	F	V	F
3	V	F	V	F	V
4	V	F	F	F	V
5	F	V	V	V	V
6	F	V	F	V	F
7	F	F	V	V	V
8	F	F	F	V	F

c) $(P \wedge \sim Q) \rightarrow (\sim P \vee Q)$

	P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$P \wedge \sim Q$	$\sim P \vee Q$	$(P \wedge \sim Q) \rightarrow (\sim P \vee Q)$
1	V	V	F	F	F	V	V
2	V	F	F	V	V	F	F
3	F	V	V	F	F	V	V
4	F	F	V	V	F	V	V

d) $(P \rightarrow (\sim Q \wedge R)) \vee (P \leftrightarrow \sim R)$

	P	Q	R	$\sim Q$	$\sim R$	$\sim Q \wedge R$	$(P \rightarrow (\sim Q \wedge R))$	$P \leftrightarrow \sim R$
1	V	V	V	F	F	F	F	F
2	V	V	F	F	V	F	F	V
3	V	F	V	V	F	V	V	F
4	V	F	F	V	V	F	F	V
5	F	V	V	F	F	F	V	V
6	F	V	F	F	V	F	V	F
7	F	F	V	V	F	V	V	V
8	F	F	F	V	V	F	V	F

$(P \rightarrow (\sim Q \wedge R)) \vee (P \leftrightarrow \sim R)$
F
V
V
V
V
V
V
V

2 Identifique, através de tabelas-verdade, se as seguintes proposições representam uma tautologia, contradição ou contingência.

a) $P \leftrightarrow \sim P$

	P	$\sim P$	$P \leftrightarrow \sim P$
1	V	F	F
2	F	V	F

Contradição.

b) $\sim(P \rightarrow \sim Q)$

	P	Q	$\sim Q$	$P \rightarrow \sim Q$	$\sim(P \rightarrow \sim Q)$
1	V	V	F	F	V
2	V	F	V	V	F
3	F	V	F	V	F
4	F	F	V	V	F

Contingência.

c) $(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)$

	P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)$
1	V	V	V	V	V
2	V	F	F	V	V
3	F	V	F	V	V
4	F	F	F	F	V

Tautologia.

d) $(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee \sim Q)$

	P	Q	$\sim Q$	$P \wedge Q$	$P \vee \sim Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee \sim Q)$
1	V	V	F	V	V	V
2	V	F	V	F	V	V
3	F	V	F	F	F	V
4	F	F	V	F	V	V

Tautologia.

e) $(P \leftrightarrow \sim Q) \rightarrow (\sim P \wedge Q)$

	P	Q	$\sim Q$	$\sim P$	$P \leftrightarrow \sim Q$	$\sim P \wedge Q$	$(P \leftrightarrow \sim Q) \rightarrow (\sim P \wedge Q)$
1	V	V	F	F	F	F	V
2	V	F	V	F	V	F	F
3	F	V	F	V	V	V	V
4	F	F	V	V	F	F	V

Contingência.

3 Verifique as seguintes equivalências são válidas, mediante o uso de tabelas-verdade.

a) $P \vee Q \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge \sim(P \wedge Q)$

	P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$(P \vee Q) \wedge \sim(P \wedge Q)$
1	V	V	V	V	F	F
2	V	F	V	F	V	V
3	F	V	V	F	V	V
4	F	F	F	F	V	F

São equivalentes, então é válida.

b) $P \vee Q \Leftrightarrow (P \wedge \sim Q) \vee (\sim P \wedge Q)$

	P	Q	$P \vee Q$	$\sim Q$	$\sim P$	$P \wedge \sim Q$	$\sim P \wedge Q$	$(P \wedge \sim Q) \vee (\sim P \wedge Q)$
1	V	V	F	F	F	F	F	F
2	V	F	V	V	F	V	F	V
3	F	V	V	F	V	F	V	V
4	F	F	F	V	V	F	F	F

São equivalentes, então é válida.

$$c) \sim(P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$$

	P	Q	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$\sim P$	$\sim Q$	$\sim P \wedge \sim Q$
1	V	V	V	F	F	F	F
2	V	F	F	V	F	V	F
3	F	V	F	V	V	F	F
4	F	F	F	V	V	V	V

Não são equivalentes, então não é válida.

$$d) (P \wedge Q) \rightarrow R \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow R)$$

	P	Q	R	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow R$	$Q \rightarrow R$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$
1	V	V	V	V	V	V	V
2	V	V	F	V	F	F	F
3	V	F	V	F	V	V	V
4	V	F	F	F	V	V	V
5	F	V	V	F	V	V	V
6	F	V	F	F	V	F	V
7	F	F	V	F	V	V	V
8	F	F	F	F	V	V	V

São equivalentes, então é válida.

4 Analise a validade ou invalidade dos argumentos a seguir, mediante o uso de tabelas-verdade.

a) $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, \sim R \vdash \sim P$

	P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow R$	$\sim R$	$\sim P$
1	V	V	V	V	V	F	F
2	V	V	F	V	F	V	F
3	V	F	V	F	V	F	F
4	V	F	F	F	V	V	F
5	F	V	V	V	V	F	V
6	F	V	F	V	F	V	V
7	F	F	V	V	V	F	V
8	F	F	F	V	V	V	V
				Premissa	Premissa	Premissa	Conclusão

Válida.

b) $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R) \vdash P \rightarrow (Q \wedge R)$

	P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$P \rightarrow R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	$Q \wedge R$	$P \rightarrow (Q \wedge R)$
1	V	V	V	V	V	V	V	V
2	V	V	F	V	F	F	F	F
3	V	F	V	F	V	F	F	F
4	V	F	F	F	F	F	F	F
5	F	V	V	V	V	V	V	V
6	F	V	F	V	V	V	F	V
7	F	F	V	V	V	V	F	V
8	F	F	F	V	V	V	F	V

Válida.

c) $Q \rightarrow P \vdash \sim P \vee Q$

	P	Q	$Q \rightarrow P$	$\sim P$	$\sim P \vee Q$
1	V	V	V	F	V
2	V	F	V	F	F
3	F	V	F	V	F
4	F	F	V	V	V

Inválida.

d) $P \vee \sim Q, R \rightarrow Q, \sim P \vdash \sim R$

	P	Q	R	$\sim Q$	$P \vee \sim Q$	$R \rightarrow Q$	$\sim P$	$\sim R$
1	V	V	V	F	V	V	F	F
2	V	V	F	F	V	V	F	V
3	V	F	V	V	V	F	F	F
4	V	F	F	V	V	V	F	V
5	F	V	V	F	F	V	V	F
6	F	V	F	F	F	V	V	V
7	F	F	V	V	V	F	V	F
8	F	F	F	V	V	V	V	V

Válida.

e) $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash R \rightarrow P$

	P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow R$	$R \rightarrow P$
1	V	V	V	V	V	V
2	V	V	F	V	F	V
3	V	F	V	F	V	V
4	V	F	F	F	V	V
5	F	V	V	V	V	F
6	F	V	F	V	F	V
7	F	F	V	V	V	F
8	F	F	F	V	V	V

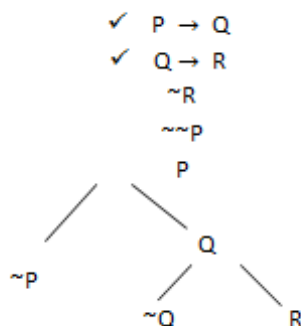
Inválida.

TÓPICO 2

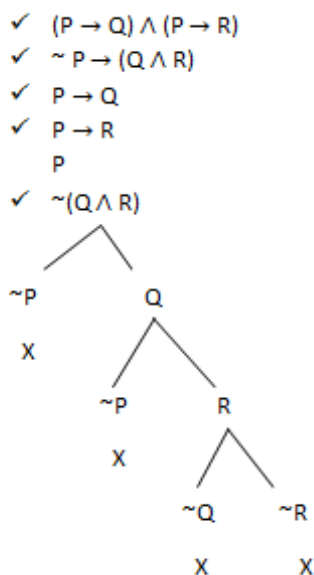
Prezado(a) acadêmico(a), chegou o momento de praticar seus conhecimentos adquiridos neste tópico. Utilize o resumo e os exemplos para construir as árvores de refutação e para julgar a validade ou invalidade dos seguintes argumentos:

- $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, \sim R \vdash \sim P$
- $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R) \vdash P \rightarrow (Q \wedge R)$
- $P \rightarrow Q \vdash \sim P \vee Q$
- $P \vee \sim Q, R \rightarrow Q, \sim P \vdash \sim R$
- $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash R \rightarrow P$
- $(P \vee Q) \rightarrow \sim R \vdash R \rightarrow (P \vee \sim Q)$
- $P \vee (Q \vee R), \sim P, \sim Q \vdash R$
- $P \rightarrow Q, P \vee \sim Q \vdash \sim(Q \wedge R)$
- $(I \wedge C) \rightarrow \sim S, \sim S \rightarrow \sim A \vdash C \rightarrow \sim A$
- $P \leftrightarrow (Q \wedge R) \vdash Q \rightarrow P$

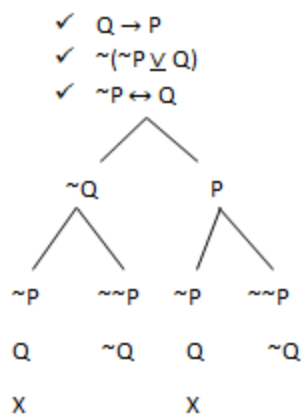
$$1) P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, \sim R \vdash \sim P$$



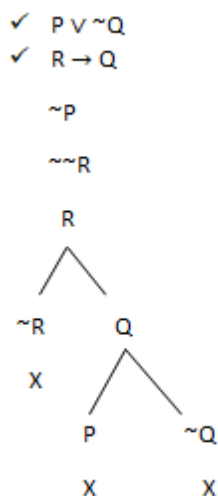
$$2) (P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R) \vdash P \rightarrow (Q \wedge R)$$



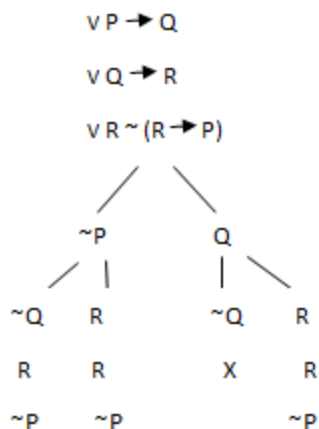
$$3) Q \rightarrow P \vdash \sim P \vee Q$$



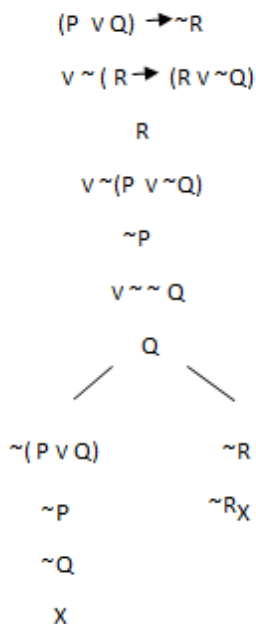
$$4) P \vee \sim Q, R \rightarrow Q, \sim P \vdash \sim R$$



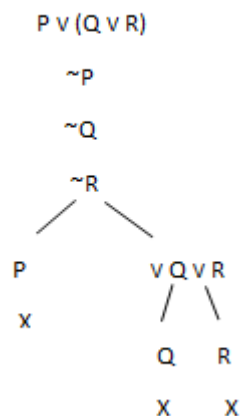
$$5) D \rightarrow Q, Q \rightarrow R \mid R \rightarrow P$$



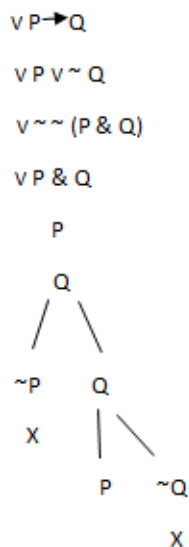
$$6) (P \vee Q) \rightarrow \sim R \mid R \rightarrow (P \vee \sim Q)$$



$$7) P \vee (Q \vee R), \sim P, \sim Q \vdash R$$



$$8) P \rightarrow Q, P \vee \sim Q \vdash (P \& Q)$$



$$9) (I \& C) \rightarrow \sim S, \sim S \rightarrow \sim A \vdash C \rightarrow \sim A$$

$$V (I \& C) \rightarrow \sim S$$

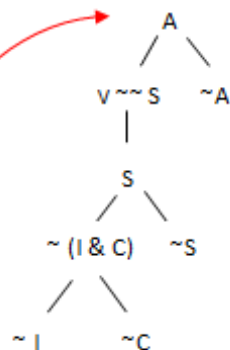
$$V \sim S \rightarrow \sim A$$

$$V \sim (C \rightarrow \sim A)$$

C

$$V \sim \sim A$$

A



$$10) P \leftrightarrow (Q \& R) \vdash Q \rightarrow P$$

$$V P \leftrightarrow (Q \& R)$$

$$V \sim (Q \rightarrow P)$$

Q

~P

P

~P

Q & R

~ (Q & R)

~Q

~R

TÓPICO 3

1 Coloque V nas sentenças verdadeiras e F nas falsas:

- a) () $2 \in \{1, \{2\}, 4\}$
- b) () $\{3, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4, 6\}$
- c) () $\emptyset \in \{\emptyset, 1, \{2\}\}$
- d) () $\{3\} \subset \{1, 2, \{3\}, 4, 5\}$
- e) () $\{1, \{2\}\} \subset \{1, \{2\}, 3\}$
- f) () $\emptyset \subset \{\emptyset, \{2\}\}$
- g) () $4 \in \{1, \{2\}, 4\}$
- h) () $\{1, 2, 3, 4, 6\} \subset \{3, 4\}$

2 Dado o conjunto $A = \{1, 2, 5\}$, classifique as afirmações a seguir em V (verdadeiras) ou F (falsas):

- a) () $\forall x \in A, x$ é primo.
- b) () $\{1, 5\} \subset P(A)$
- c) () $\emptyset \notin A$
- d) () $\emptyset \subset A$
- e) () $\{1, 3, 3, 5, 5\} = A$

3 Dados os conjuntos $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{5, 7, 9\}$ e $C = \{1, 3, 9\}$, encontre os elementos do conjunto K, tal que:

- a) $A \cup K = A$,
- b) $B \cup K = B$
- c) $C \cup K = A \cup B$

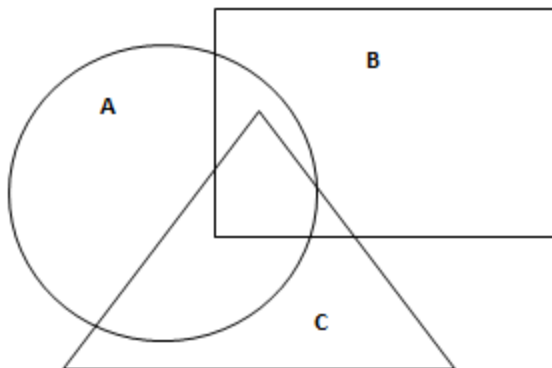
4 Hachure (pinte) no diagrama de Venn para três conjuntos que: $(A \cap B) \cup C$ é diferente de $A \cap (B \cup C)$.

5 Determine os elementos dos conjuntos A, B, C, sabendo-se que:

$$A \cap B = \{2, 4\}, A \cap C = \{2, 3\}, A \cup B = \{2, 3, 4, 5\} \text{ e } A \cup C = \{1, 2, 3, 4\}.$$

6 Determine x para que $A = B$, dados $A = \{7, 15, 18, 4x\}$ e $B = \{18, 15, 20, 7\}$.

7 Hachure no diagrama a seguir a operação: $(A - B) \cap C$.



8 Dados os conjuntos A, B, C, represente nos diagramas de Venn as operações indicadas:

- a) $A \Delta B$
- b) $(A \cap C) - B$
- c) $(A \cup B) \cap C$
- d) $C \Delta B$

UNIDADE 3

TÓPICO 1

Acadêmico(a)! Agora é sua vez!

1 Interpretado pela letra “C” a sentença “Está chovendo” e pelas letras “G”, “M”, “P” e “S” os predicados “é um gato”, “é manhoso”, “é peludo” e “é saltitante”, respectivamente, formalize as seguintes sentenças:

- a) Todos os gatos são peludos.
- b) Nenhum gato é manhoso.
- c) Alguns gatos não são peludos.
- d) Nada é um gato.
- e) Existem gatos saltitantes.
- f) Está chovendo e alguns gatos estão saltitando.
- g) Se está chovendo, então todos os gatos estão saltitando.
- h) Todos os gatos são gatos.
- i) Gatos manhosos saltam se, e somente se, não está chovendo.
- j) Não é verdade que alguns gatos peludos estão saltitando.

2 Formalize os seguintes enunciados interpretando “a” e “b” como nomes próprios “Ana” e “Bernardo”; “M”, “P” e “A” como os predicados unários “é médico”, “é professora” e “é anel”; “L” e “T” como os predicados binários “ama” e “é mais alto do que”; “D” como o predicado ternário “...dá...para...”.

- a) Ana é professora.
- b) Bernardo é médico.
- c) Ana é médica ou professora (ou ambos).
- d) Se Ana é professora, então ela não é médica.
- e) Ana ama Bernardo.
- f) Bernardo ama a si próprio.
- g) Bernardo deu alguma coisa para Ana.
- h) Bernardo deu um anel para Ana.
- i) Bernardo é mais alto do que Ana.
- j) Para quaisquer três objetos, se o primeiro é mais alto que o segundo e o segundo é mais alto do que o terceiro, então o primeiro é mais alto que o terceiro.

Respostas:

- 1) a) $\forall x(Gx \rightarrow Px)$;
- b) $\forall x(Gx \rightarrow \sim Mx)$;
- c) $\exists x(Gx \ \& \ \sim Px)$;
- d) $\forall x \sim Gx$ ou $\sim \exists x Gx$;
- e) $\exists x(Gx \ \& \ Sx)$;
- f) $C \ \& \ \exists x(Gx \ \& \ Sx)$;
- g) $C \rightarrow \forall x(Gx \rightarrow Sx)$;
- h) $\forall x(Gx \rightarrow Gx)$;
- i) $\forall x((Gx \ \& \ Mx) \rightarrow (Sx \leftrightarrow \sim C))$;
- j) $\sim \exists x((Gx \ \& \ Px) \ \& \ Sx)$.

- 2) a) Pa ;
- b) Mb ;
- c) $Ma \vee Pa$;
- d) $Pa \rightarrow \sim Ma$;
- e) Lab ;
- f) Lbb ;
- g) $\exists x Dbxa$;
- h) $\exists x(Ax \ \& \ Dbxa)$;
- i) Tba ;
- j) $\forall x \forall y \forall z((Txy \ \& \ Tyz) \rightarrow Txz)$.

TÓPICO 1

Acadêmico(a)! É sua hora de exercitar!

Formalize e prove os seguintes argumentos:

1 Todos os homens (H) são mortais (M). Todos os mortais são felizes (F). Logo, todos os homens são felizes.

2 Existem pessoas queridas (Q) e educadas (E). Então existem pessoas queridas.

Sugestão de resposta:

1 Formalização: $\forall x(Hx \rightarrow Mx), \forall x(Mx \rightarrow Fx) \vdash \forall x(Hx \rightarrow Fx)$

Prova:

1	$\forall x(Hx \rightarrow Mx)$	<i>P</i>
2	$\forall x(Mx \rightarrow Fx)$	<i>P</i>
3	$Ha \rightarrow Ma$	1 <i>EU</i>
4	$Ma \rightarrow Fa$	2 <i>EU</i>
5	$Ha \rightarrow Fa$	3, 4 <i>SH</i>
6	$\forall x(Hx \rightarrow Fx)$	5 <i>IU</i>

2 Formalização: $\exists x(Qx \& Ex) \vdash \exists xQx$

Prova:

1	$\exists x(Qx \& Ex)$	<i>P</i>
2	$Qa \& Ea$	<i>H p/ EE</i>
3	Qa	2 <i>&E</i>
4	$\exists xQx$	3 <i>IE</i>
5	$\exists xQx$	1, 2 – 4 <i>EE</i>

TÓPICO 1

Acadêmico(a):

A habilidade de provar um teorema se desenvolve com treino! Desta forma, exercite provando a equivalência a seguir:

$$\vdash \sim \forall x Fx \leftrightarrow \exists x \sim Fx$$

Fica a critério do(a) acadêmico(a) exercitar as outras duas equivalências.

Sugestão de resposta:

$$\vdash \sim \forall x Fx \leftrightarrow \exists x \sim Fx$$

1	$\sim \forall x Fx$	$H p / PC$
2	$\sim \exists x \sim Fx$	$H p / RAA$
3	$\sim Fa$	$H p / RAA$
4	$\exists x \sim Fx$	3 IE
5	$\exists x \sim Fx \ \& \ \sim \exists x \sim Fx$	2, 4 &I
6	$\sim \sim Fa$	3 – 5 RAA
7	Fa	6 ~E
8	$\forall x Fx$	7 IU
9	$\forall x Fx \ \& \ \sim \forall x Fx$	1, 8 &I
10	$\sim \sim \exists x \sim Fx$	2 – 9 RAA
11	$\exists x \sim Fx$	10 ~E
12	$\sim \forall x Fx \rightarrow \exists x \sim Fx$	1 – 11 PC
13	$\exists x \sim Fx$	$H p / PC$
14	$\sim Fa$	$H p / EE$
15	$\forall x Fx$	$H p / RAA$
16	Fa	15 EU
17	$Fa \ \& \ \sim Fa$	14, 16 &I

18	$\neg \forall x Fx$	15 – 17 <i>RAA</i>
19	$\neg \forall x Fx$	13, 14 – 18 <i>EE</i>
20	$\exists x \neg Fx \rightarrow \neg \forall x Fx$	13 – 19 <i>PC</i>
21	$\neg \forall x Fx \leftrightarrow \exists x \neg Fx$	12, 20 $\leftrightarrow I$

Agora é com você!

Acadêmico(a), não se preocupe em acertar logo na primeira tentativa. A prova é um exercício de tentativas e erros, até encontrar o caminho certo. Costumamos dizer que a lógica é o quebra-cabeça da matemática. Boa diversão para provar o seguinte teorema:

$$\vdash \forall x \forall y (x = y \rightarrow y = x).$$

Sugestão de resposta:

Prova:

1	$a = b$	<i>H p / PC</i>
2	$a = a$	$= I$
3	$b = a$	$1, 2 = E$
4	$a = b \rightarrow b = a$	$1 - 3 PC$
5	$\forall y (a = y \rightarrow y = a)$	$4 IU$
6	$\forall x \forall y (x = y \rightarrow y = x)$	$5 IU$

TÓPICO 1

Um argumento é um conjunto de enunciados que apresentam relação entre si, onde um enunciado é a conclusão e os demais são denominados de premissas. Normalmente argumentos são utilizados para provar a validade de algum enunciado, ou seja, para convencer alguém da verdade ou da falsidade de um enunciado. Assim, nos exercícios de 1-3, construa uma prova formal de validade para os argumentos.

- 1 Nenhum gari é rico. Não há político que não seja rico. Portanto, os garis nunca são políticos.

Sugestão de solução:

$$\sim \exists x(Gx \& Rx), \sim \exists x(Px \& \sim Rx) \vdash \forall x(Gx \rightarrow \sim Px)$$

Prova:

1	$\sim \exists x(Gx \& Rx)$	<i>P</i>
2	$\sim \exists x(Px \& \sim Rx)$	<i>P</i>
4	$\forall x \sim (Gx \& Rx)$	1 <i>Equilavência</i>
5	$\forall x (\sim Gx \vee \sim Rx)$	4 <i>DM</i>
6	$\forall x (Gx \rightarrow \sim Rx)$	5 <i>IM</i>
7	$\forall x \sim (Px \& \sim Rx)$	2 <i>Equivalência</i>
8	$\forall x (\sim Px \vee \sim \sim Rx)$	7 <i>DM</i>
9	$\forall x (\sim Px \vee Rx)$	8 $\sim E$
10	$\forall x (Rx \vee \sim Px)$	9 <i>Comutativa</i>
11	$\forall x (\sim Rx \rightarrow Px)$	10 <i>IM</i>
11	$\forall x (Gx \rightarrow \sim Px)$	6, 11 <i>SD</i>

- 2 Todo jogador de pingpong pode ser considerado um atleta. Algumas meninas jogam pingpong. Portanto, algumas meninas são atletas.

Sugestão de solução:

$$\forall x(Jx \rightarrow Ax), \exists x(Mx \& Jx) \vdash \exists x(Mx \& Ax)$$

Prova:

1	$\forall x(Jx \rightarrow Ax)$	<i>P</i>
2	$\exists x(Mx \& Jx)$	<i>P</i>
3	$Ma \& Ja$	2 <i>EE</i>
4	$Ja \rightarrow Aa$	1 <i>EU</i>
5	Ma	3 <i>TAUT</i>
6	Ja	4 <i>TAUT</i>
7	Aa	4, 6 <i>MP</i>
8	$Ma \& Aa$	5, 7 <i>&I</i>
9	$\exists x(Mx \& Ax)$	8 <i>IE</i>

- 3 Todos os que tiraram boas notas passaram de ano. João não passou de ano. Portanto, Joaquim não tirou boas notas.

$$\forall x(Bx \rightarrow Px), \sim Pj \vdash \sim Bj$$

Prova:

1	$\forall x(Bx \rightarrow Px)$	P
2	$\sim Pj$	P
3	$Bj \rightarrow Pj$	1 EU
4	$\sim Bj$	2, 3 MT

TÓPICO 2

Falácias são erros que ocorrem nos argumentos e que afetam a validade da prova. Argumentos falaciosos são enganosos, pois se confundem com bons argumentos, isso ocorre quando aceitamos premissas que não deveríamos ou fazemos uso inadequado dos fatos. As falácias podem ser divididas em seis classes: falácias de relevância, falácias de raciocínio circular, falácias semânticas, falácias indutivas, falácias formais e falácias de premissas falsas. Sabendo destes conceitos, reescreva os argumentos a seguir, na forma padrão e discuta as falácias cometidas (se houver).

- 1 Se a teoria da evolução de Darwin estava correta, então seus ancestrais eram macacos. Isso prova o quão absurda é a teoria de Darwin.

Sugestão de resposta:

Se a teoria de Darwin estava correta, então seus ancestrais eram macacos. Uma teoria elaborada por uma pessoa cujos ancestrais eram macacos é absurda.

✧ A teoria de Darwin é absurda.

É uma falácia de relevância, pois a premissa induz que ser descendente de macaco é vergonhoso.

- 2 Xuxa recomenda o hidratante Monange. Xuxa é uma apresentadora muito popular. Portanto, eu devo experimentar esse hidratante.

Sugestão de resposta:

Xuxa recomenda o hidratante Monange.
Xuxa é uma apresentadora muito popular.
✦ Eu devo experimentar esse hidratante.

É uma falácia de relevância, pois, como sabemos, as opiniões de autoridades e celebridades nem sempre coincide com a verdade.
Nos exercícios 3-6, comente cada argumento, apontando se ele é válido ou não.

3 Minha professora diz que eu devo me orgulhar de ser brasileiro.

✦ Eu devo me orgulhar de ser brasileiro.

4 Minha professora diz que eu devo me orgulhar de ser brasileiro.

Tudo que minha professora diz é verdadeiro.
✦ Eu devo me orgulhar de ser brasileiro.

5 Nos dez últimos lançamentos, esse moeda deu coroa.

✦ No próximo lançamento, é certo que dê cara.

6 Toda vez que como no restaurante X eu fico doente. Estou deixando de comer lá. Então, não ficarei mais doente.

Sugestão de resposta:

3 Não é um argumento válido. Sem uma evidência de que o enunciado do professor está correto, a premissa é irrelevante para a conclusão.

4 É um argumento válido. As premissas são totalmente relevantes para as conclusões.

5 Este argumento não é válido. Se a moeda não for viciada, a probabilidade de ocorrer cara é de 0,5.

6 Este argumento é inválido, pois “sempre que como no restaurante X, eu fico doente” isso não quer dizer que eu não fique doente por outros motivos. Assim, deixar de comer lá pode até diminuir a frequência com que eu adoço, mas não que dizer que não irei mais adoecer.

Agora é com você!**Distinga os enunciados fortes dos fracos:**

- 1 Existem exatamente três cidades catarinenses com população acima de 200 mil habitantes.
- 2 Algumas pessoas são boas.
- 3 Algo existe.
- 4 Todos os gatos são mamíferos.
- 5 A casa de João é a segunda a direita quando você vai Avenida Mal. Deodoro da Fonseca para a Rua Sete de Setembro.

Resposta:

- 1) Forte
- 2) Fraco
- 3) Fraco
- 4) Forte
- 5) Forte

TÓPICO 3

Acadêmico(a), alguns enunciados informam mais que outros, o que nos permite classificá-los em enunciado forte e enunciado fraco, sendo que o enunciado forte informa mais, independente da informação ser ou não verdadeira. A importância de se determinar a força de um enunciado está na sua relação com a probabilidade indutiva, isto é, a probabilidade de uma conclusão, dadas as premissas. Assim, a verdade das premissas fornece boas razões a favor da verdade da conclusão e, a probabilidade indutiva será maior quanto mais fraca for a conclusão que inferimos. Desta forma, coloque os argumentos em ordem decrescente de probabilidade indutiva:

- (a) A decolagem de 98% dos voos domésticos da empresa X não atrasam. Um avião da empresa X decolou às 14h de 16 de março de 2014.
- ✶ Este voo não atrasou.
- (b) Um voo da empresa X decolará amanhã.
- ✶ Este voo não atrasará.

(c) A decolagem de 98% dos voos domésticos da empresa X não atrasam.
! Im voo da empresa X decolará amanhã.
✦ Este voo não atrasará.

(d) Nenhum voo da empresa X atrasou.
! Im avião da empresa X decolou às 14h de 16 de março de 2014.
✦ Este voo atrasou.

Resposta: a, c, b e d.